

Работа по теме:

Базовые задачи по теме «Основные типы задач на прогрессии
(знакомые, модифицированные, незнакомые комбинированные).

Учёт познавательных СУД и УУД. МСЗ по теме»

Работу выполнили

учителя ГБОУ СОШ № 8 пгт Алексеевка г.о. Кинель

Рыжова Л.П., Васильева Е.В

2013 г.

Пояснительная записка

Данная работа посвящена одной из тем алгебры – прогрессиям. В курсе 9 класса данная тема рассматривается всего 16 часов, в старших, она не затрагивается совсем.

Цель работы:

- систематизация задач по теме «Прогрессия»;
- выделение базовых задач по данной теме;
- разделение задач на 2 уровня – базовый и углубленный, и 3 подуровня – знакомая задача, модифицированная задача и незнакомая задача (составление матрицы МСЗ)
- подготовка к ЕГЭ и ГИА по математике

Арифметическая и геометрическая прогрессия играют большую роль в формировании логического мышления и математической культуры школьников. Рассматриваемый материал входит как в базовый уровень обучения, так и в углубленный. Задачи и методы их решения, как правило, встречаются при проведении ГИА и ЕГЭ.

Многоуровневая система задач по теме «Прогрессии» поможет старшеклассникам получить более высокий результат при сдаче итоговой аттестации. Задачи подобраны таким образом, что их можно использовать как для индивидуальной, так и для групповой работы.

БАЗОВЫЕ ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «ПРОГРЕССИИ»

БЗ 1. Подведение под понятие арифметической прогрессии по определению

БЗ 2. Подведение под понятие арифметической прогрессии по характеристическому свойству

БЗ 3. Подведение под понятие геометрической прогрессии по определению

БЗ 4. Подведение под понятие геометрической прогрессии по характеристическому свойству

БЗ5. Комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии

БЗ 6. Задача на определение взаимосвязи между основными параметрами арифметической прогрессии $\{a_n, a_1, d, S_n, n\}$

БЗ 7. Задача на определение взаимосвязи между основными параметрами геометрической прогрессии $\{b_n, b_1, q, S_n, n\}$

БЗ 8. Задача нахождения суммы бесконечной геометрической прогрессии

БЗ 9. Приложение всех перечисленных задач к практическому применению

МСЗ задачи по теме «ПРОГРЕССИИ»

		БЗ 1. Подведение под понятие арифм. прогрессии по определению	БЗ 2. Подведение под понятие арифм. прогрессии по характерист. свойству	БЗ 3. Подведение под понятие геом. прогрессии по определению	БЗ 4. Подведение под понятие геом. прогрессии по характерист. свойству	БЗ 5. Комбинир. задачи на арифм. и геом. прогрессии	БЗ 6. Задача на определение взаимосвязи между основными параметрами арифм. прогрессии $\{a_n, a_1, d, S_n, n\}$	БЗ 7. Задача на определение взаимосвязи между основными параметрами геом. прогрессии $\{b_n, b_1, q, S_n, n\}$	БЗ 8. Задача нахождения суммы бесконечной геом. прогрессии	БЗ 9. Приложение всех перечисленных задач к практическому применению
О У	33	Дано $a_1=137, d=-7$. Найти a_{23} . (-17)	Сумма одиннадцатого и тринадцатого членов арифм. прогрессии равна 122. Найдите двенадцатый член этой прогрессии (61)	Записать первые пять членов геом. прогрессии, если: $b_1=12, q=2$. (12, 24, 48, 96, 192)	Найти седьмой член и знаменатель геом. прогрессии с положительными членами, если $b_8=\frac{1}{9}$, $b_6=81$ (3, 1/27)	Три числа образуют возрастающую арифм. прогрессию, а их квадраты составляют геом. прогрессию. Найдите эти числа, если их сумма равна 42.	Первый член арифм. прогрессии равен 8, разность равна 3, n -ый член равен 104. Найдите сумму этих членов. (1848)	Найти сумму n первых членов геом. прогрессии, если: $b_1=0,5; q=2; n=6$. (31,5)	Найти сумму бесконечно убывающей геом. прогрессии, если $q=\frac{1}{2}, b_1=\frac{1}{8}$ (0,25)	Автозавод в первый год выпустил 10000 машин. Запланировано, что каждый год будет выпускаться машин в 1,1 раза больше, чем в предыдущий. Через сколько лет будет выпущено 46410 автомобилей?
М З		Второй и четвертый члены арифм. прогрессии равны 6 и 16 соответственно. Найдите пятый член прогрессии. (21)	Найдите $a_{10}+a_{20}$, если известно, что $a_9+a_{11}=44, a_{19}+a_{21}=104$ (74)	Найти номер подчеркнутого члена геом. прогрессии: 6, 12, 24, ..., <u>192</u> , ... (6)	Между числами 4 и 9 вставить положительное число так, чтобы получилось 3 последовательных члена геом. прогрессии. (6)	Три числа образуют геом. прогрессию. Если среднее из них удвоить, то получится арифм. прогрессия. Чему равен знаменатель q геом. прогрессии, если известно,	В арифм. прогрессии $a_n=51-3n$. Найдите сумму всех положительных членов этой прогрессии. (408)	Найти сумму чисел, если ее слагаемые являются последовательными членами геом. прогрессии: $1+2+4+\dots+128$ (255)	Найти сумму бесконечно убывающей геом. прогрессии $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ (1,5)	С января по декабрь зарплата каждый месяц повышалась на 50 руб. и за весь год в сумме составила 39300 руб. сколько рублей составила зарплата за сентябрь,

						что $ q < 1$? ($2-\sqrt{3}$)				октябрь и ноябрь?
	НЗ	Между числами 8 и 26 вставьте пять чисел, которые вместе с данными составят арифм. прогрессию (11,14,17,20,23)	При каком значении x являются последовательными членами арифм. прогрессии числа: $x, 3x, \frac{x+2}{2}$ $\frac{2}{9}$	Найти 4 числа, образующие геом. прогрессию, если сумма первого и третьего 35, а сумма второго и четвертого - 70. В ответе записать сумму $4b_1+3b_2+2b_3+b_4$ (182)	Доказать, что если $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$, то числа $1-\sin \alpha, \cos \alpha, 1+\sin \alpha$ являются тремя последовательными членами геом. прогрессии.	Найти 4 числа, первые три из которых составляют геом. прогрессию, а последние три – арифм. прогрессию. Сумма крайних чисел равна 21, а сумма средних равна 18.	Найдите сумму первых двадцати членов арифм. прогрессии, в которой $a_7 = -6, a_{12} = 24$. (300)	В геом. прогрессии найти b_1 и q , если, $b_3 = 135, S_3 = 195$ (15,3)	Сумма беск. геом. прогрессии со знаменателем $ q < 1$ равна 4, а сумма кубов ее членов равна 192. Найти первый член и знаменатель прогрессии.	Градусные меры углов прямоугольного треугольника составляют арифм. прогрессию. Найдите синус меньшего угла треугольника.
У У	33	Найдите разность и десятый член арифм. прогрессии $100, 90, 80, 70, \dots$	При каких x числа $\cos 7x, \cos 2x, \cos 11x$ в указанном порядке составляют арифм. прогрессию?	Между числами 1 и 256 вставить три числа так, чтобы все 5 чисел составляли геом. прогрессию. В ответе записать произведение этих трех чисел.	Дана геом. прогрессия (b_n) с положительными членами, в которой $b_4 = 24$ и $b_6 = 96$. Найдите b_1 .	Сумма трех чисел, образующих арифм. прогрессию, равна 21. Если к этим числам прибавить соответственно 2, 3, 9, то новые числа образуют геом. прогрессию. Найдите данные числа.	Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 5 дают остаток 3.	Сумма первых четырех членов геом. прогрессии равна 40, знаменатель прогрессии равен 3. Найдите сумму первых 8 членов этой прогрессии.	Доказать, что последовательность $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ является бесконечно убывающей геом. прогрессией, и найти сумму ее членов.	В равносторонний треугольник, сторона которого равна 16 см, вписан другой треугольник, вершинами которого являются середины сторон первого. Во второй треугольник таким же образом вписан третий и т.д. найдите периметр восьмого треугольника.
	М З	Сумма трех чисел, образующих	Найти первых три члена a_1, a_2, a_3 арифм.	Определить первый член и знаменатель	При каких x числа $\cos 6x, \cos 4x, \cos 2x$ в	Три числа образуют геом. прогрессию.	Десятый член арифм. прогрессии	В возрастающей геом.	Решить уравнение $1+2x+4x^2+\dots+$	Найти периметр треугольника,

		арифм. прогрессию, равна 2, а сумма квадратов этих же чисел равна $\frac{14}{9}$. Найдите эти числа	прогрессии, если известно, что $a_1 + a_3 + a_5 = -12$, и $a_1 a_3 a_5 = 80$.	геом. прогрессии, у которой сумма первого и третьего членов равна 40, а сумма второго и четвертого равна 80. В ответе записать частное от деления b_1 на q .	указанном порядке составляют геом. прогрессию?	Если второе число увеличить на 2, то прогрессия станет арифм., а если после этого увеличить последнее число на 9, то прогрессия снова станет геометрической. Найдите эти числа.	равен -29, а сумма первых одиннадцати членов равна -187. Найдите сумму девятого, одиннадцатого и восемнадцатого членов этой прогрессии	прогрессии сумма первого последнего членов равна 66, произведение второго и предпоследнего членов равно 128, сумма всех членов равна 126. Сколько членов в прогрессии?	$+(2x)^n + \dots = 3, 4 - 1, 2x$	стороны которого составляют арифм. прогрессию с разностью 5. Известно, что произведение радиусов вписанной и описанной окружности равно 100.
НЗ	x_1, x_2, \dots, x_n – арифм. прогрессия с разностью d . Упростите выражение $\sin x_1 + \sin x_2 + \dots + \sin x_n$	Определите, при каких x три числа a_1, a_2, a_3 , взятые в указанной последовательности, образуют арифм. прогрессию, если $a_1 = \lg 2$; $a_2 = \lg(3^x - 3)$; $a_3 = \lg(3^x + 9)$.	Найдите 3 положительных x числа, которые образуют геом. прогрессию, если их сумма равна 21, а сумма обратных величин равна $\frac{7}{12}$.	Доказать следующее утверждение: для того, чтобы три числа x, y и z в указанном порядке составляли геом. прогрессию, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство $(x^2 + y^2)(y^2 + z^2) = (xy + yz)^2$	Сумма первых 5 членов геом. прогрессии равна 62. Известно, что пятый, восьмой, одиннадцатый члены этой прогрессии различны и являются соответственно первым, вторым, десятым членами арифм. прогрессии. Найдите первый член геом. прогрессии.	В арифм. прогрессии (a_n) , $a_6 = 3$, $d \geq 0,5$. При каком значении разности прогрессии d произведение членов $a_1 \cdot a_4 \cdot a_5$ имеет максимум? Найдите это максимальное значение.	Для геом. прогрессии (b_n) с положительными членами выполнено условие: $b_1 - b_3 = b_1^2 + b_2^2$. При каком значении знаменателя прогрессии сумма четырех первых членов примет максимальное значение? Найдите эту сумму.	Первый член некоторой бесконечной геом. прогрессии со знаменателем $ q < 1$ равен 1, а ее сумма S . Из квадратов членов этой прогрессии составлена новая бесконечная геом. прогрессия. Найдите ее сумму.	В угол, содержащий 60° , вписаны 5 окружностей так, что каждая последующая окружность, начиная со второй, касается предыдущей. Во сколько раз сумма площадей всех 5 соответствующих кругов больше площади меньшего круга?	

РАБОТА ПО ТЕМЕ «ПРОГРЕССИИ»

1. Дано (a_n) – арифметическая прогрессия, в которой $a_1=137, d=-7$.
Найти a_{23} .
2. Записать пятый член геометрической прогрессии, если: $b_1=12, q=2$.
3. Сумма одиннадцатого и тринадцатого членов арифметической прогрессии равна 122. Найдите двенадцатый член этой прогрессии
4. Найти седьмой член геометрической прогрессии с положительными членами, если $b_8=\frac{1}{9}, b_6=81$
5. В арифметической прогрессии $a_n=51-3n$. Найдите сумму всех положительных членов этой прогрессии.
6. Найти сумму чисел, если ее слагаемые являются последовательными членами геометрической прогрессии: $1+2+4+\dots+128$
7. Градусные меры углов прямоугольного треугольника составляют арифметическую прогрессию. Найдите синус меньшего угла треугольника.
8. Три числа образуют геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель q геом. прогрессии, если известно, что $|q|<1$?
9. Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$
10. При каком значении x являются последовательными членами арифметической прогрессии числа: $x, 3x, \frac{x+2}{2}$
11. Найти сумму четырех чисел, первые три из которых составляют геометрическую прогрессию, а последние три – арифметическую прогрессию. Сумма крайних чисел равна 21, а сумма средних равна 18.
12. Найдите десятый член арифметической прогрессии $100, 90, 80, 70, \dots$
13. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 5 дают остаток 3.
14. Дана геометрическая прогрессия (b_n) с положительными членами, в которой $b_4=24$ и $b_6=96$. Найдите b_1 .
15. Решить уравнение $1+2x+4x^2+\dots+(2x)^n+\dots=3, 4-1, 2x$
16. Найти первых три члена a_1, a_2, a_3 арифметической прогрессии, если известно, что $a_1+a_3+a_5=-12$, и $a_1a_3a_5=80$.
17. Определить, при каких x три числа a_1, a_2, a_3 , взятые в указанной последовательности, образуют арифметическую прогрессию, если $a_1=\lg 2; a_2=\lg(3^x-3); a_3=\lg(3^x+9)$

18. Доказать следующее утверждение: для того, чтобы три числа x , y и z в указанном порядке составляли геометрическую прогрессию, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство $(x^2 + y^2)(y^2 + z^2) = (xy + yz)^2$
19. В арифметической прогрессии (a_n) $a_6 = 3$, $d \geq 0,5$. При каком значении разности прогрессии d произведение членов $a_1 \cdot a_4 \cdot a_5$ имеет максимум? Найдите это максимальное значение
20. Для геометрической прогрессии (b_n) с положительными членами выполнено условие: $b_1 - b_3 = b_1^2 + b_2^2$. При каком значении знаменателя прогрессии сумма четырех первых членов примет максимальное значение? Найдите эту сумму.

ИСПОЛЬЗУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Министерство образования и науки Самарской области Государственное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования (повышения квалификации) специалистов Самарского областного института повышения квалификации и переподготовки работников образования «Методическое обеспечение подготовки учителей математики к введению профильного обучения», Самара, 2008.
2. Алимов Ш.А. и др. «Алгебра. Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений», М., просвещение, 2004.
3. Максютин А.А. «Математика. Дидактические материалы для подготовки к Единому государственному экзамену по математике», Самара, корпорация «Фёдоров», 2002.
4. Сканави М.И. «Сборник задач по математике для поступающих во вузы», М., Высшая школа, 1988
5. Ковалёва Г.И. и др. «Математика. Тренировочные тематические задания повышенной сложности с ответами», Волгоград, 2005.
6. Самарский областной институт повышения квалификации и переподготовки работников образования «Тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену по математике 2004», Самара, 2004.
7. ФИПИ «ГИА выпускников 9 классов в новой форме. 2011», Интеллект – Центр, 2010.
8. Звавич Л.И. и др. «Задания для проведения письменного экзамена по математике в 9 классе», М., Просвещение, 1994.
9. Кузнецова Л.В. и др. «ГИА. Алгебра. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 классе», М., Просвещение, 2006.