

## Урок № 80

**Дата проведения:** 3.04.2009

**Тип урока:** обобщение и систематизация знаний

**Форма урока:** игра

**Оборудование урока:** интерактивная доска, компьютер, мультимедийный проектор, электронная презентация урока; индивидуальные пакеты заданий, включающие в себя приложения: «Проверка теоретических знаний», «Истинно или ложно», «Сам за себя», «Осмысление информации»; тетради.

**Урок проводится на базе компьютерного класса.**

**Дидактическая цель:** систематизация пройденного материала по арифметической и геометрической прогрессии, выработка общих рекомендации по выполнению заданий данного типа, входящих в ГИА.

**Используемая литература:**

1. Л.В.Гончарова «Предметные недели в школе . Математика», Волгоград, Учитель,2007.
2. [www.kbrcde.ru/download.php?view.663](http://www.kbrcde.ru/download.php?view.663)

**Задачи урока:**

**Образовательные** – продолжить работу над определениями арифметической, геометрической прогрессий; формулами  $n$ -го члена, суммы  $n$  первых членов, характеристическими свойствами, которым обладают члены прогрессий

**Развивающие** – продолжить дальнейшую работу по выработке умения сравнивать математические понятия, находить сходства и различия, умения наблюдать, подмечать закономерности, проводить рассуждения по аналогии; сформировать умение строить и интерпретировать математическую модель некоторой реальной ситуации.

**Воспитательные** – содействовать воспитанию интереса к математике и ее приложениям, активности, умению общаться, аргументировано отстаивать свои взгляды.

### План урока:

<b>№ этапа</b>	<b>Название этапа</b>	<b>Время (мин.)</b>
I.	Организационный момент. Вводно – мотивационная часть.	3
II.	1. «Исторический»	5
	2. «Вспоминаем теорию»	8
	3. «Истинно или ложно»	7
	4. «Сам за себя»	3
	5. «Осмысление информации»	8
	6. «Конкурс капитанов»	4
III.	Итог урока	2

## План урока:

### I. Организационный момент. Вводно – мотивационная часть.

Ещё Г.Бокль заметил, что «Истинное знание состоит не в знакомстве с фактами, которое делает человека лишь педантом, а в использовании фактов, которое делает его философом» (слайд № 2)

Перед нами стоит задача проверить прочность наших знаний: повторить и систематизировать определение и свойства арифметической и геометрической прогрессии при решении задач в целях успешной подготовки к ГИА.

Сегодня урок пройдет в форме игры. (слайд № 3)

Класс делится на 2 команды, каждая команда выбирает капитана. Игра состоит из нескольких этапов, за прохождение каждого этапа вы получаете баллы, которые будут заноситься в таблицу (1), изображенную на доске. (На доске изображена таблица, в которую после каждого этапа заносятся результаты). Обратите внимание, что на партах у каждого находится индивидуальный пакет с заданиями, которые вы будете выполнять.

I команда	II команда

Итак, начинаем!

II. Ход игры:

Этап игры	Деятельность учителя	Деятельность учащихся				
<p><b>1 этап</b> <b>«Исторический»</b></p>	<p>Сейчас я вам предложу решить две задачи из древних папирусов. (слайд № 4)</p> <table border="1" data-bbox="459 376 1464 1010"> <thead> <tr> <th data-bbox="459 376 965 456">Задача 1</th> <th data-bbox="965 376 1464 456">Задача 2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="459 456 965 1010"> <p>«Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 людьми так, чтобы разность мер ячменя, полученного каждым человеком и его соседом, равнялась 0,125 меры». Древнеегипетский папирус Ахмеса.</p> </td> <td data-bbox="965 456 1464 1010"> <p>«Имеется 7 домов, в каждом по 7 кошек, каждая кошка съедает 7 мышей, каждая мышь съедает 7 колосьев, каждый из которых, если посеять зерно, дает 7 мер зерна. Нужно подсчитать сумму числа домов, кошек, мышей, колосьев и мер зерна». Древнегреческий папирус.</p> </td> </tr> </tbody> </table> <p>1. Назовите основное сходство и различие в данных задачах.</p> <p>2. Как можно сформулировать тему данного урока?</p>	Задача 1	Задача 2	<p>«Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 людьми так, чтобы разность мер ячменя, полученного каждым человеком и его соседом, равнялась 0,125 меры». Древнеегипетский папирус Ахмеса.</p>	<p>«Имеется 7 домов, в каждом по 7 кошек, каждая кошка съедает 7 мышей, каждая мышь съедает 7 колосьев, каждый из которых, если посеять зерно, дает 7 мер зерна. Нужно подсчитать сумму числа домов, кошек, мышей, колосьев и мер зерна». Древнегреческий папирус.</p>	<p>Анализируют полученные задания.</p> <p>Отвечают желающие из каждой команды Возможные ответы: Эти задачи на пропорции, но первая задача решается с помощью формул арифметической прогрессии, а вторая – геометрической прогрессии. Сравнение арифметической и геометрической прогрессий</p>
Задача 1	Задача 2					
<p>«Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 людьми так, чтобы разность мер ячменя, полученного каждым человеком и его соседом, равнялась 0,125 меры». Древнеегипетский папирус Ахмеса.</p>	<p>«Имеется 7 домов, в каждом по 7 кошек, каждая кошка съедает 7 мышей, каждая мышь съедает 7 колосьев, каждый из которых, если посеять зерно, дает 7 мер зерна. Нужно подсчитать сумму числа домов, кошек, мышей, колосьев и мер зерна». Древнегреческий папирус.</p>					
<p><b>2 этап</b> <b>«Вспоминаем теорию»</b></p>	<p>Молодцы, а теперь мы вспомним теорию. У каждого на парте лежит индивидуальный пакет заданий, которые вы сегодня должны выполнить. Возьмите <b>приложение № 1</b></p>	<p>Ученики на местах заполняют таблицу, по одному учащемуся из каждой команды работают на</p>				

**«Проверка теоретических знаний».** Ваша задача заполнить предложенную таблицу. (слайд № 5)

	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
Определение		
Формула n-го члена		
Характеристическое свойство		
Формула суммы n членов		

После окончания работы таблицы сдаются учителю. А теперь давайте проверим результаты. (слайд № 6)  
Оценивает работу учеников у доски, заносит данные в таблицу(1).

интерактивной доске (тоже заполняют таблицу), ученик из 1 команды заполняет столбец на арифметическую прогрессию, а ученик из 2 команды – на геометрическую.

Проверяют таблицу, заполненную на интерактивной доске, если есть ошибки, то исправляют их.

**3 этап**  
**«Истинно или ложно»**

Учебно-познавательная работа учащихся по самостоятельному приобретению новых знаний.

Следующий конкурс называется **«Истинно или ложно?»**  
Здесь применяется прием «верные и неверные утверждения». Возьмите **приложение № 2**, который называется **«Истинно или ложно»** (пустой слайд № 7)

**Команда 1.** Верны ли данные утверждения (ответ аргументируйте):

1. Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная с первого,

Учащиеся ставят рядом с соответствующим утверждением «+» (истинно) или «-» (ложно)  
2 учащихся из каждой команды работают у доски.

**Ответы для 1 команды:**

1. Ложно, т.к. арифметической прогрессией называется

	<p>равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.</p> <p>2. В формуле геометрическая прогрессия <math>b_{n+1}=b_n \cdot q</math>, <math>q</math> называется разностью геометрической прогрессии.</p> <p>3. <math>q=b_{n+1}:b_n</math>.</p> <p>4. Формула <math>n</math>-го члена арифметической прогрессии <math>a_n=a_1+d</math>.</p> <p>5. Формула суммы <math>n</math> первых членов геометрической прогрессии <math>S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}</math>.</p> <p><b>Команда 2.</b> Верны ли данные утверждения (ответ аргументируйте):</p> <p>1. Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная с первого, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.</p> <p>2. В формуле <math>a_{n+1}=a_n+d</math>, <math>d</math> называется знаменателем арифметической прогрессии.</p> <p>3. <math>d=a_{n+1}-a_n</math>.</p> <p>4. Формула <math>n</math>-го члена геометрической прогрессии <math>b_n=b_1 \cdot q^{n-1}</math>.</p>	<p>последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.</p> <p>2. Ложно, т.к. число <math>q</math> называется знаменателем геометрической прогрессии.</p> <p>3. Истинно.</p> <p>4. Ложно, т.к. <math>a_n = a_1 + d(n-1)</math></p> <p>5. Ложно, т.к. <math>S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}</math>.</p> <p><b>Ответы для 2 команды:</b></p> <p>1. Ложно, т.к. геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число, отличное от нуля.</p> <p>2. Ложно, т.к. <math>d</math> называется разностью арифметической прогрессии.</p> <p>3. Истинно.</p> <p>4. Истинно.</p>
--	---	--

	<p>5. Формула суммы <math>n</math> первых членов арифметической прогрессии равна <math>S_n = (a_1 + a_n) \cdot n</math>.</p> <p>Теперь проверим эту самостоятельную работу. (Слайд № 8, 9) (проверка задания вместе с учащимися.)</p> <p>Кто не согласен с ответом 1 команды? Кто не согласен с ответом 2 команды? Почему?</p> <p>Оценивает работу учеников у доски, заносит данные в таблицу(1).</p>	<p>5. Ложно, т.к. <math>S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n</math></p> <p>Ребята проверяют работу, если есть находят ошибки, исправляют их, аргументируя каждый ответ.</p>
<p><b>4 этап</b> <b>«Сам за себя»</b></p>	<p><b>Конкурс «Сам за себя»</b></p> <p>Теперь каждый выполнит индивидуальное задание. Возьмите <b>приложение № 3 «Сам за себя»</b>. На выполнение - 3 минуты. Начали.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. В арифметической прогрессии <math>\{a_n\}</math>: -10; -7; -4; -1; ... Найти <math>a_{10}</math>.</li> <li>2. В арифметической прогрессии <math>\{a_n\}</math>: -8; -6; -4; -2; ... . Найти <math>a_{11}</math>.</li> <li>3. Найдите четвертый член геометрической прогрессии <math>\{c_n\}</math>, если <math>c_1=25</math>, <math>q=-0,2</math>.</li> <li>4. Найдите третий член геометрической прогрессии <math>\{c_n\}</math>, если <math>c_1=20</math>, <math>q=-0,5</math>.</li> <li>5. Найдите сумму семи первых членов арифметической прогрессии 10; 6; 2; ....</li> <li>6. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии <math>2/3</math>; <math>4/9</math>; <math>8/27</math>; ....</li> <li>7. В геометрической прогрессии <math>\{c_n\}</math>: <math>c_6=8</math>, <math>c_8=18</math>, <math>q&gt;0</math>, <math>c_7=?</math></li> <li>8. Дана арифметическая прогрессия <math>\{a_n\}</math>: <math>a_1=2</math>, <math>d=3</math>, <math>a_3=?</math></li> <li>9. Дана геометрическая прогрессия <math>\{b_n\}</math>: <math>b_2=10</math>, <math>q=2</math>, <math>b_1=?</math></li> <li>10. Чему равна сумма трех первых членов арифметической</li> </ol>	<p>Выполняют индивидуальные задания на подготовленных бланках.</p> <p>Ответы:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>a_{10} = 17</math></li> <li>2. <math>a_{11} = 12</math></li> <li>3. <math>c_4 = -0,2</math></li> <li>4. <math>c_3 = 5</math></li> <li>5. <math>S_7 = -14</math></li> <li>6. <math>S = \frac{6}{11}</math></li> <li>7. <math>c_7 = 12</math></li> <li>8. <math>a_3 = 8</math></li> <li>9. <math>b_1 = 5</math></li> <li>10. <math>S_3 = 30</math></li> </ol>

	<p>прогрессии <math>\{a_n\}</math>: <math>a_1=15, a_2=10</math>.</p> <p>11. В арифметической прогрессии <math>\{a_n\}</math>: <math>a_1=2, d=5, a_{20}=?</math></p> <p>12. В геометрической прогрессии <math>\{b_n\}</math>: <math>b_1=3, q=2, b_5=?</math></p> <p>13. <math>3; 1; \dots</math> - бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Найдите ее сумму.</p>	<p>11. <math>a_{20}=97</math></p> <p>12. <math>b_5=48</math></p> <p>13. <math>S = 1</math></p> <p>После окончания самостоятельной работы листочки передают учителю</p>																		
<p><b>5 этап</b>  <b>«Осмысление , обобщение полученной информации»</b></p>	<p>Теперь, чтобы осмыслить всю полученную информацию, давайте вместе заполним следующую таблицу из <b>приложения № 4: «Осмысление информации»</b>(слайд № 10)</p> <table border="1" data-bbox="459 464 1464 1311"> <thead> <tr> <th data-bbox="459 464 795 571"></th> <th data-bbox="795 464 1131 571">Арифметическая прогрессия</th> <th data-bbox="1131 464 1464 571">Геометрическая прогрессия</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="459 571 795 651">Формула n-члена</td> <td data-bbox="795 571 1131 651"></td> <td data-bbox="1131 571 1464 651"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 651 795 946">Изменение последующего члена к предыдущему происходит на или в</td> <td data-bbox="795 651 1131 946"></td> <td data-bbox="1131 651 1464 946"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 946 795 1066">Как это число найти</td> <td data-bbox="795 946 1131 1066"></td> <td data-bbox="1131 946 1464 1066"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 1066 795 1193">Как это число называется</td> <td data-bbox="795 1066 1131 1193"></td> <td data-bbox="1131 1066 1464 1193"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="459 1193 795 1311">Формула суммы n-первых членов</td> <td data-bbox="795 1193 1131 1311"></td> <td data-bbox="1131 1193 1464 1311"></td> </tr> </tbody> </table>		Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия	Формула n-члена			Изменение последующего члена к предыдущему происходит на или в			Как это число найти			Как это число называется			Формула суммы n-первых членов			<p>Ученики на местах заполняют таблицу, по одному учащемуся из каждой команды работают на интерактивной доске (тоже заполняют таблицу), ученик из 1 команды заполняет столбец на геометрическую прогрессию, а ученик из 2 команды – на арифметическую.</p>
	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия																		
Формула n-члена																				
Изменение последующего члена к предыдущему происходит на или в																				
Как это число найти																				
Как это число называется																				
Формула суммы n-первых членов																				

	<p>А теперь давайте проверим результаты. Оценивает работу учеников у доски, заносит данные в таблицу(1).</p>	<p>Ребята проверяют работу, если есть находят ошибки, исправляют их, аргументируя каждый ответ.</p>
<p><b>6 этап «Конкурс капитанов»</b></p>	<p>Молодцы! А теперь к доске приглашаю капитанов команд. Я предлагаю вам решить задачи, используя знание прогрессий (слайд № 11)</p> <p>I. Отдыхающий, следуя совету врача, загорал первый день 5 мин., а в каждый последующий день увеличивал время пребывания на солнце на 5 мин. В какой день недели время его пребывания на солнце будет равно 40 мин., если он начал загорать в среду.</p> <p>II. Индийский царь Шерам призвал к себе изобретателя шахмат, ученого Сету, и предложил, чтобы он сам выбрал себе награду за создание интересной и мудрой игры. Царя изумила скромность просьбы, услышанной им от изобретателя: тот попросил выдать ему за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно, за вторую – два, за третью – еще в два раза больше и т.д. Сколько зерен должен получить изобретатель шахмат?»</p> <p>Оценивает работу капитанов у доски, заносит данные в таблицу(1).</p>	<p>Капитаны работают у доски, остальные в тетрадях.</p> <p>Решение: <math>a_1 = 5, d = 5, a_n = 40, n = ?</math>  <math>A_n = a_1 + d(n-1)</math>  <math>5 + 5(n - 1) = 40</math>  <math>n = 8</math>, значит отдыхающий в следующую среду будет загорать 40 минут.</p> <p>Решение: <math>S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}</math>.</p> <p><math>S_n = 2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615</math> Масса такого числа зерен больше триллиона тонн. Это заведомо превосходит количество пшеницы, собранной человечеством до настоящего времени.</p>

### III. Итог урока

1. Вернемся к целям, которые мы поставили перед собой в начале урока. Оценим, достигли ли мы их? (Ответы учеников: сегодня мы повторили и систематизировали знания об арифметической и геометрической прогрессии)

2. Подведение итогов, выставление оценок

3. Домашнее задание:

1. Петя довольный пришел из школы и предложил папе заключить сделку: в учебном году 34 недели; за 1 неделю Петя получит 1 копейку, за вторую – 2 копейки, за третью – 4 копейки и т.д. Как вы думаете, в каком классе учится Петя, и что нового он узнал в школе. (Ответ: Петя должен получить  $2^{34}-1$  или 171798691,83 руб.)

2. За изготовление и установку самого нижнего железобетонного кольца колодца заплатили 26 у.е., а за каждое следующее кольцо платили на 2 у.е. меньше, чем за предыдущее. Кроме того в конце работы заплатили еще 40 у.е.. Сколько колец в колодце, если потом выяснили, что средняя стоимость одного кольца оказалась 22 у.е? (Решение:  $a_1=26$   $d= -2$ ,  $a_n=28-2n$ ,  $S_n=27n-n^2$ ,  $9n^2-41n-360=0$ ,  $n=9$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) Ответ: 9 колец)

Фамилия, Имя \_\_\_\_\_

**Приложение №1 «Проверка теоретических знаний»**

	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
Определение		
Формула n-го члена		
Характеристическое свойство		
Формула суммы n членов		

Фамилия, Имя \_\_\_\_\_

## Приложение № 2 «Истинно или ложно»

**Команда 1.** Верны ли данные утверждения (ответ аргументируйте):

Утверждение	Истинно (+) или ложно (-)
1. Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная с первого, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.	
2. В формуле геометрическая прогрессия $b_{n+1}=b_n \cdot q^{n-1}$ , $q$ называется разностью геометрической прогрессии.	
3. $q=b_{n+1} \cdot b_n$ .	
4. Формула $n$ -го члена арифметической прогрессии $a_n=a_1+d$ .	
5. Формула суммы $n$ первых членов геометрической прогрессии $S_n=\frac{b_1 \cdot (q-1)}{1-q}$ .	

**Команда 2.** Верны ли данные утверждения (ответ аргументируйте):

Утверждение	Истинно (+) или ложно (-)
1. Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная с первого, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.	
2. В формуле $a_{n+1}=a_n+d$ , $d$ называется знаменателем арифметической прогрессии.	
3. $d=a_{n+1}-a_n$ .	
4. Формула $n$ -го члена геометрической прогрессии $b_n=b_1 \cdot q^{n-1}$ .	
5. Формула суммы $n$ первых членов арифметической прогрессии равна $S_n=(a_1+a_n) \cdot n$ .	

Фамилия, Имя \_\_\_\_\_

**Приложение № 3 «Сам за себя» (разрезать на индивидуальные карточки)**

1.	Фамилия, Имя _____ В арифметической прогрессии $\{a_n\}$ : -10; -7; -4; -1; .... Найти $a_{10}$ .
2.	Фамилия, Имя _____ В арифметической прогрессии $\{a_n\}$ : -8; -6; -4; -2; ... . Найти $a_{11}$ .
3.	Фамилия, Имя _____ Найдите четвертый член геометрической прогрессии $\{c_n\}$ , если $c_1=25$ , $q=-0,2$ .
4.	Фамилия, Имя _____ Найдите третий член геометрической прогрессии $\{c_n\}$ , если $c_1=20$ , $q=-0,5$ .
5.	Фамилия, Имя _____ Найдите сумму семи первых членов арифметической прогрессии 10; 6; 2; ....
6.	Фамилия, Имя _____ Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии $2/3$ ; $4/9$ ; $8/27$ ; ....
7.	Фамилия, Имя _____ В геометрической прогрессии $\{c_n\}$ : $c_6=8$ , $c_8=18$ , $q>0$ , $c_7=?$

8.	Фамилия, Имя _____ Дана арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ : $a_1=2$ , $d=3$ , $a_3=?$
9.	Фамилия, Имя _____ Дана геометрическая прогрессия $\{b_n\}$ : $b_2=10$ , $q=2$ , $b_1=?$
10.	Фамилия, Имя _____ Чему равна сумма трех первых членов арифметической прогрессии $\{a_n\}$ : $a_1=15$ , $a_2=10$ .
11.	Фамилия, Имя _____ В арифметической прогрессии $\{a_n\}$ : $a_1=2$ , $d=5$ , $a_{20}=?$
12.	Фамилия, Имя _____ В геометрической прогрессии $\{b_n\}$ : $b_1=3$ , $q=2$ , $b_5=?$
13.	Фамилия, Имя _____ $3; 1; \dots$ - бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Найдите ее сумму.

Фамилия, Имя \_\_\_\_\_

### Приложение № 4 «Осмысление информации»

Заполните следующую таблицу:

	Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
Формула n-члена		
Изменение последующего члена к предыдущему происходит на или в		
Как это число найти		
Как это число называется		
Формула суммы n-первых членов		